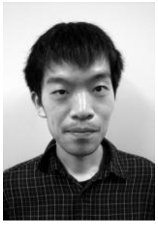
利用者便益計測に用いる台形公式の誤差特性に関する考察



H01039　近藤亜聖

指導教員　岩倉成志

１．背景と目的

教科書に載っている需要曲線は直線でない場合がある。便益計測をする時に台形公式をつかった場合と，数値積分で縦軸と曲線で囲まれた部分の面積とで誤差が生じる。需要曲線の効用関数のパラメータが大きい時、効用関数が非線形の時、一般化費用が大きく低下する（大規模交通プロジェクト）時に誤差は大きくなると考えられる。それらの影響を求めることが本研究の目的である。

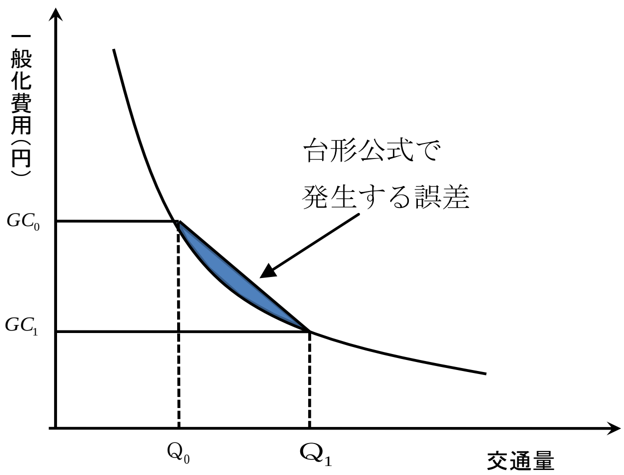


図１　台形公式の近似誤差

２．非集計ロジットモデルによる便益の計算方法

$$P_i = \frac{e^{V i_i}}{\sum e^{Vj}}$$ ここで P_i:選択確率　V_i:効用関数

選択確率（需要）は上式にあるロジットモデルから計算する（推定する)。

$V_i = \beta T + \gamma C$　ここで、V:効用関数　β:時間パラメータ　γ:費用パラメータ

効用関数は上式のようになる。

$$\omega \equiv \frac{\Delta C}{\Delta T} \equiv \frac{\partial V / \partial T}{\partial V / \partial C} = \frac{\beta}{\gamma}$$

ここで、C:費用　T:所要時間

時間価値は単位時間ごとの費用の変化で、効用関数を偏微分して出てくる式で、V が線形の場合、上式のようになる。それによって、一般化費用を算出する。

$GC = C + \omega T$　　GC:一般化費用

一般化費用は上式のようになる。

Q=T× P_j　T:分布交通量、発生交通量

需要 Q は上式のようになる。

$$\mathrm{UB} = \frac{1}{2}(Q_0 + Q_1)(GC_0 - GC_1)$$

便益 UB は上式で台形公式で算出される。

３．研究の方法

（１）誤差特性の分析の視点

①関数のパラメータの大きさ

時間のパラメータ、費用のパラメータが大きくなると、需要曲線の曲線具合も大きくなって、誤差は大きくなる。過去の報告書や研究結果からパラメータの大きさを調べる。

$$V_i = \beta \mathrm{T} + \gamma C$$

上式で時間パラメータと費用パラメータを変えて調べる

②効用関数の式形

効用関数 V が線形の場合、一般化費用 GC も線形になって、非線形の場合、一般化費用は非線形になる。後者の場合、誤差は大きくなると予測される。下式は K.Small の教科書に示されている効用関数である。

$V_i = \beta_1 T + \beta_2 T^2 + \gamma(\frac{C}{I})$　　C:費用　I:所得

$$\omega = \frac{\beta_1 + 2\beta_2 T}{\gamma} I$$

時間価値 ω は上式になる。時間パラメータと時間を２乗したもののパラメータと費用を所得で割ったもののパラメータを変えて調べる。

③一般化費用を大きく低下させるプロジェクト

需要関数が非線形であれば、一般化費用 $GC = C + \omega T$ が低下した場合に、所要時間が短縮して、誤差は大きくなる。どのくらい一般化費用を低下させるプロジェクトがあるのかを調べる。リニアモーターカー、第２東名、圏央道等で、現在と整備後の所要時間を調べる。

（２）台形公式の誤差の計算方法

正確な便益を計算するため、需要曲線のカーブに合わせて需要曲線を細かく区切った台形の面積を足し合わせる数値積分を用いた。この計算結果と台形公式で求めた便益を比較して、台形公式の誤差率を計算する。

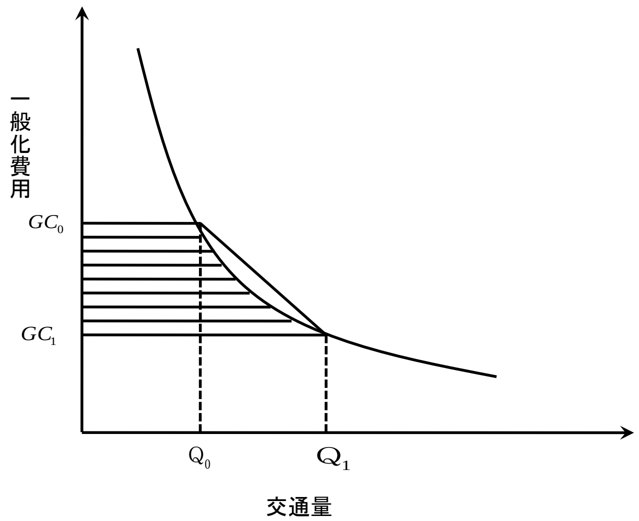


図２　数値積分のイメージ

４．分析結果

まず、研究視点①について、過去の報告書や研究論文（１１モデル）から時間パラメータの大きさを調べた結果、-0.1 から-0.05 のモデルが４つでもっとも多く、-0.1 より感度が大きいモデルが２つ、-0.01 より感度が小さいモデルが２つあった。パラメータはモデルによってばらつきがあることがわかった。

次に研究の視点①、②、③を同時に分析した。一般化費用を大きく低下させるプロジェクト（研究視点③）であるリニアモーターカーが整備される場合を想定し、東京・大阪間の便益を計算した。モデルは研究室で既に推定された下の式の非線形効用関数を用いる（研究視点②）。

$$V_i = -0.02258T + 0.000021960T^2 - 0.00195(\frac{C}{I})$$

この効用関数は、H17 幹線旅客純流動調査のトリップデータから航空、鉄道、高速バスを利用した 3000 サンプルを抽出し、非集計ロジットモデルで推定したものである。所要時間 T のパラメータ b_1 の標準誤差σは-0.00212 であったので、パラメータを-σから+5σまで変動させて台形公式との誤差を分析した。

図３は上式の効用関数をもとに需要曲線を描いたものである。需要曲線は直線ではなく、凸にカーブしていることがわかる。この場合は台形公式の便益計算は過小推計となる。誤差が４％と計算できた。次に図４は、パラメータを変化させた場合の台形公式の誤差率の変化をみたものである。パラメータの大きさによって 3.7%から 7%ぐらい過小に推計されることがわかった。

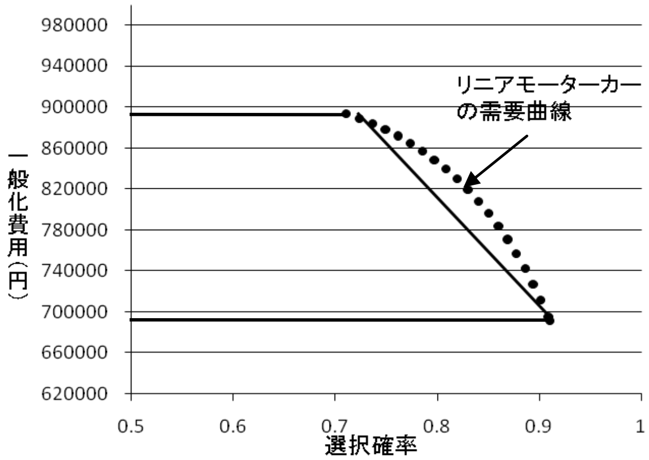


図３　リニアモーターカーの需要曲線

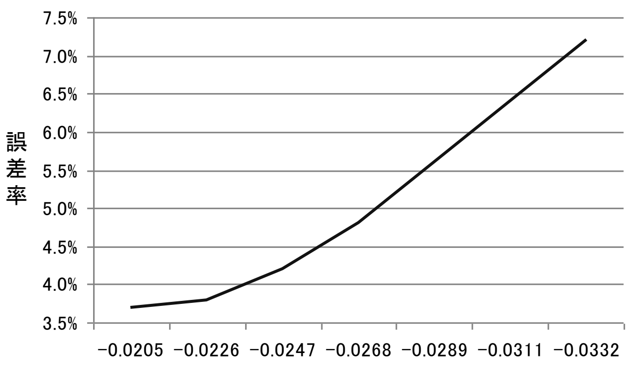


図４　時間パラメータの変化と誤差率の変化

５．結論

台形公式を使うと誤差が出ている。ただ、それは少ないものとなっていて、許容範囲内になっているので、便益を求めるのには、今まで通りこの式を使用してかまわない。