N人ゲームを用いた企業の始業時刻決定モデルの構築*

Modeling work start time decisions of business enterprises using N-person game theory*

柳沼秀樹**・岩倉成志***
By Hideki YAGINUMA** • Seiji IWAKURA***

1．はじめに

東京圏の都市鉄道のピーク時における混雑状況は、劣悪な環境にある。混雑緩和は長い間、最も重要な政策課題となり、関係機関の努力がなされてきた。しかし、国・自治体、鉄道会社といった供給側の財源的な制約もあり、新線整備や輸送力増強等ハード面での対策の遅れが懸念されている。一方で、需要側のコントロールに着目した対策として、快適通勤促進協議会による「オフピークキャンペーン」等のフレックスタイム制度の促進による需要分散策が1993年から進められている。このほか、総合規制改革会議が2001年に通勤鉄道の時間差料金制の導入検討を答申している。また、オフピーク時に始業時刻を変更する企業に対し、事業所税を優遇する施策なども議論されているところである。

わが国のように、大半の企業が通勤費を会社側が支給する形式をとっている場合、企業の始業時刻の変更可能性を定量的に分析することが必要不可欠と考える。企業の始業時刻の決定行動に着目した既往研究もいくつか存在する。

Henderson[1] は企業が同一時間内に始業することにより生産性が相乗効果的に向上する「時間集積性の経済」を提案している。これをベースに文[2] はフレックスタイム制が生産性に与える影響を均衡問題に帰着させて分析し、フレックスタイム制度の進展の可否を論じている。奥村[3) 4)] らはMPEC型最適制御問題によって出社・退社時刻選択行動の分析と経済評価を行っている。これらの研究は、フレックスタイム制度の効果を数値例によって分析しているが、実際にどのようなタイプの企業がフレックスタイムの採用や始業時刻変更を決定するかという部分には触れられていない。

*キーワーズ：交通行動分析、公共交通需要、交通計画評価
**学生員、工修、芝浦工業大学大学院建設工学専攻
（東京都港区芝浦3-9-14、
TEL03-5476-3049、FAX 03-5476-3166）
***正員、工博、芝浦工業大学工学部土木工学科
（東京都港区芝浦3-9-14、
TEL03-5476-3049、FAX 03-5476-3166）

原田ら[5)] は都内上場企業1704社に対してアンケート調査を行い、企業間には他社との相互関係が存在することを確認し、２人ゲームによって、企業の始業時刻決定モデルを構築したが、実務適用上、次節に示す課題が存在するため、本研究では、このモデルの課題を整理し、拡張を行うことを目的とする。

２．N人ゲームを用いた始業時刻決定モデルの検討

原田は、企業は自社の利益ならびに他社との関係性を考慮して始業時刻を決定するという基本コンセプトでモデル化している。産業をプレイヤー、産業の始業時刻分布パターンを戦略とし、各戦略により得られる生産額を利得としたゲーム理論をベースに構築されている。ゲーム理論の適用により産業間の相互依存関係を表現することが可能となっている。利得に関しては、企業間に時間集積性の経済が働くことを考慮して生産関数を構築し表現している。

具体的にはプレイヤーは異なる２つの産業で、戦略は現在の始業時刻分布と任意に設定した４タイプの始業時刻分布を用いている。そして戦略より算出される利得として生産額を用いて、非協力２人ゲームのNash均衡を求めることで企業の行動を表現している。またオフピーク時に始業する企業に法人税優遇策を行った場合の始業時刻分布の変化もシミュレーションし、現状から分散することが確認されている。

このモデルの問題点として大きく以下に記す５つが挙げられる。

(1) 既存のモデルでは２人ゲームとしている。現実に始業時刻変更を考える場合、企業は複数の主体を考慮していると考えられる。そのため複数社での分析を考慮したN人ゲームとして取り扱う必要性がある。

(2) 産業種をプレイヤーとし、いくつかの産業別始業時刻分布を恣意的に与えて戦略としている。しかし、実際には企業をプレイヤー、戦略を始業時刻そのものとしたほうが現実的であり望ましいと考える。

(3) 複数均衡解が生じた場合に期待値によって均衡

解を集約しているが、その場合に均衡解からずれてしまう可能性がある。そのため均衡選択理論にもとづく手法を考えるべきである。

(4) 企業は利益を最大にすると仮定すれば、生産関数による生産額ではなく、利潤関数により評価を行う必要がある。

(5) ゲーム理論における一般的均衡概念のNash均衡を用いることは、企業に合理性の要求や利得などの情報完備な状態を仮定することとなる。そのため異なる均衡概念を考慮する必要はあるのではないか。

これらの問題は利潤関数の推定とゲーム理論の問題に集約することができる。よって次節以降、この２つのテーマについて記述する。

３．利潤関数の構築

(1) 利潤関数の構築

ここでは利潤は以下のような生産額と、生産に投じた費用との差分として扱うものとする。そのため生産額は生産関数により求め、費用は費用関数による推定するものとする。

$$\pi_{it} = Q_{it} - C_{it} \tag{1}$$

π_{it}：利潤　Q_{it}：生産額　C_{it}：費用

a) 生産関数

生産関数は既往研究にならい時間集積性を考慮している。関数形は計量経済分析等に広く用いられるコブ・ダグラス型を仮定する。２.(2)にあるように企業をプレイヤー、戦略を始業時刻として拡張すると以下のようになる。

$$Q_{it} = K_i^{\alpha}(p_i L_i)^{\beta} \exp(\gamma L_{it}^* + \mu FT_i) \tag{2}$$

K_i：資本　p_i：平均給与　L_i：労働

L_{it}^*：時間集積　FT_i：フレックス導入ダミー

$\alpha, \beta, \gamma, \mu$：パラメータ

ここで時間集積性は企業iが始業時刻tに設定したとき、関係性を考慮している企業jのtにおける始業者数と、企業iと企業jとの取引額により表現している。

$$L_{it}^* = \sum_j R_{jt} P_{ij} \tag{3}$$

R_{jt}：産業jの始業者数

P_{it}：企業間取引額

b) 費用関数

費用関数は生産関数と双対性を持つことが知られており、生産額を所与として費用最小化行動を仮定することにより、ラグランジュ法を用いて導出できる。この場合、生産関数と同じコブ・ダグラス型になる。ここでδはパラメータである。

(2) パラメータ推定

推定には東京都内の一部上場企業1704社を対象に行った。使用データとして東洋経済新報社の会社四季報2003年３集CD-ROM版の損益計算書、貸借対照表より、資本を資本金、労働を従業員数、平均給与を用いている。企業間の取引を表すものとして平成９年度東京都産業連関表を用いる。また、対象となる企業のホームページや往復はがきを用いて始業時刻、フレックスタイム導入の有無を調査した。本来であれば企業単位でのパラメータを推定したいのだが１時点でのデータしかないことや、連関表が産業単位であるため適用できなかった。

表-1は生産関数のパラメータである。ほとんどの産業で決定係数は良好であった。フレックスタイムダミーと時間集積については有意水準を満たしていない産業が存在することがわかる。また各パラメータの符号から生産に与える影響を見ることができる。卸売業は在庫を多く抱えるため資本に依存する傾向にある。労働も建設業や金属系などは比較的高くなっている。時間集積に関して製造業系の産業において正に働き、サービス業などは負に働いており、産業形態により時間集積の影響に差があることを示している。同様にフレックスタイムについても同様の挙動を示している。以上から、すべての産業に対してフレックスタイムを促進することは、特定の産業対し負効用をもたらすことが理解できる。

表－1　生産関数パラメータ

	定数項	資本	労働	FTダミー	時間集積	決定係数
サービス業	1.1518 *	0.6731 *	0.3297 *	-0.1886	0.1001	0.9345
情報･通信業	0.6432 *	0.7338 *	0.3226 *	-0.0437	-0.0228	0.9612
運送	1.7403 *	0.8229 *	0.0728	0.3153	-1.0031 *	0.9288
不動産	2.3879 *	0.5345 *	0.3576 *	0.0764	0.4106	0.8988
金融	1.8185	0.4413 *	0.5875 *	0.2053	-0.5682	0.8418
建設	1.8788 *	0.4683 *	0.5889 *	0.0180	0.1385	0.9733
卸売	-0.4109	1.0418 *	0.0808	0.1445	-0.1498	0.9557
小売	2.1554 *	0.7443 *	0.2065 *	-0.1437	-0.5777 *	0.9585
食料品	0.7907	0.6815 *	0.4199 *	0.2561	-0.1229	0.9550
化学	1.4450 *	0.6132 *	0.3828 *	0.0616	0.0268	0.9734
金属	1.0176 *	0.4943 *	0.6188 *	-0.0933	0.1541	0.9753
非金属	0.1373	0.8026 *	0.2284 *	-0.0469	0.2106	0.9628
機械	0.4843 *	0.6686 *	0.4070 *	-0.0141	0.1420	0.9753
電気機器	0.6519 *	0.6792 *	0.3744 *	0.0636	0.1415	0.9754
その他製造	0.2993	0.8509 *	0.1553	0.2383	0.1607	0.9637

表－2　費用関数パラメータ

	定数項	生産額	決定係数
サービス業	0.2230 *	0.9723 *	0.9943
情報･通信業	0.5877 *	1.0146 *	0.9892
運送	0.0109	1.0068 *	0.9996
不動産	-0.3915 *	1.0370 *	0.9977
金融	-0.8599 *	0.9738 *	0.9919
建設	0.0441	1.0076 *	0.9998
卸売	-0.4009	1.0181 *	0.9759
小売	0.0501	0.9888 *	0.9975
食料品	4.4892 *	0.7625 *	0.7817
化学	0.0068	0.9995 *	0.9802
金属	0.6499	0.6067 *	0.7307
非金属	0.2546 *	1.0162 *	0.9987
機械	0.1008	1.0074 *	0.9961
電気機器	-0.5399	0.9464 *	0.9074
その他製造	-0.8537	1.0432 *	0.9313

*は5%有意を示す

表-2は費用関数のパラメータである。こちらも決定係数は良好であり、生産額のみでも十分に説明されることがわかる。しかし全体と比較して食料品や金属系では相関が低いことがわかる。パラメータもほとんどが有意であり、ある程度の説明力を持つと考える。

４．ゲーム理論の拡張

第２節で述べたとおり、モデルのフレームをなすゲーム理論の拡張を行う。特にN人ゲームへの拡張、均衡選択理論の適用、異なる均衡概念の適用の３点について検討を進めた。

(1) N人ゲームへの拡張

Nash均衡は相手の利得を考慮し、自分にとって最大となる戦略を選択するというものである。このことをNashは不動点定理を用いて証明している。しかし２人ゲームにおいても不動点を求めることが困難である。そのため等価な数理最適化問題に帰着させたLemke-Howson[6)]の手法で均衡解を求める。

$$\begin{gathered} w = MZ + e \\ st : w \geq 0, \quad Z \geq 0, \quad w^T Z \geq 0 \end{gathered} \tag{4}$$

$$w = (u_1, \cdots u_m, v_1, \cdots v_n)^T$$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & A \\ B^T & 0 \end{pmatrix}$$

$$Z = (p_1, \cdots p_m, q_1, \cdots q_n)^T$$

$$e = (-1, \cdots, -1_{m+n})^T$$

p_i :プレイヤー１が戦略 i を選ぶ確率

q_j :プレイヤー2が戦略jを選ぶ確率

A:プレイヤー１利得行列

B:プレイヤー２利得行列

N 人でも同様の手法を用いて均衡を求めることが可能である。船木[7)] はN 人ゲームを２人ゲームに帰着させる手法を紹介している。これは純粋戦略に固定することで２人まで縮小し、均衡解を算出するものである。しかしこの手法では計算は比較的容易であるが、すべての均衡解を探索することが出来ないという問題が残されている。

(2) 均衡選択理論の適用

均衡解を算出するにあたって複数均衡解が生じることがある。この時にどの均衡を選択するかという問題が生じる。パレート均衡[8)] やリスクドミナント均衡などが提唱されているが、この問題は現在のゲーム理論そのものの課題となっており、明確な理論は確立されていない。本研究ではパレート均衡を用いている。これはミクロ経済学で知られるパレート有意に準じたもので、複数均衡解のうち最も得られる利得が高い均衡解を選択するものである。

(3) 異なる均衡概念の適用

問題点にあるように合理的行動の上に成立するNash均衡から、限定合理的考えによる概念への研究が盛んに行われている。特に進化ゲームのESSなどの概念や人間行動に立脚したモデルの開発が行われている。ここで本研究ではExperience-Weighted-Attraction[9)] モデル（以下EWA）の適用を行う。

a) EWAモデル

EWAは人間が戦略を選択する際に前回の選択結果に依存して学習が行われるという仮定に基づき構築されている。

このモデルではプレイヤーi のt 回目の選択における学習度合い$N(t)$ は前回の学習度合いにパラメータρ で重み付けした物とする。

$$N(t) = \rho N(t-1) + 1 \tag{5}$$

そして戦略j より得られる効用$A_i^j(t)$ は式(7)のように前回の学習度合いと効用にパラメータϕ で重み付けしたものに、選択により得られる利得と$I(s_i^j, s_{-i}(t))$ と、前回の選択結果$\pi(s_i^j, s_{-i}(t))$ にパラメータδ で重みをつけして足し合わせ、今回の学習度合いで除して表現している。もし前回と選択結果が一致していれば、その戦略に対して効用が増す構造となっている。

$$A_j^i = \left. \begin{pmatrix} \phi \cdot N(t-1) \cdot A_j^i(t-1) + \\ \pi_i((s_i^j, s_{-i}(t)) \cdot (\delta + (1-\delta)) \cdot I(s_i^j, s_i(t)) \end{pmatrix} \middle/ N(t) \right.$$

$$\text{where} \quad I(s_i^j, s_i(t)) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad s_i^j = s_i(t) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6}$$

最後に式(6)の効用を用いて次回の選択を行う。各戦略が選ばれる確率P_i^j は次のようなロジットモデルにより表現される。

$$P_i^j(t+1) = \frac{\exp(\lambda \cdot A_i^j(t))}{\sum_{k=1}^{m_i} \exp(\lambda \cdot A_i^k(t))} \tag{7}$$

これを繰り返し実行することにより解を算出することが可能となる。ここで各パラメータは文献中にある平均的学習過程を想定した値を用いて行う。具体的には以下のようになる。

$$\rho = \phi = 0.5, \quad \delta = 0, \quad \lambda = 1$$

また初期値に関しても同様に以下のように設定する。

$$N(0) = A_i^j(0) = 1/(1-\rho)$$

5．モデルによるシミュレーション

シミュレーションには異なる産業に属し、現状での始業時刻が８時３０分の企業７社をプレイヤーとしている。戦略は任意に 8 時から 30 分刻みで 10 時までの 5 つの戦略を設定する。時間集積は A 社が最も強く、次に B 社、C 社と徐々に弱くなっている。利得は利潤関数より戦略別に算出した値を用いている。解法は通常の Nash 均衡と EWA を用いており、Nash 均衡ではパレート均衡による均衡選択を適用する。EWA に関しては前回と今回の差分が十分に小さい値と判断できるまで繰り返し計算を行い、そのときに選択確率の高かった戦略を解として用いている。また８時から９時の間に始業する（戦略 2,3,4 を選択する）企業に対して２%の法人税課税を行うものとする。

表ー３、表ー４はそれぞれ Nash 均衡と EWA の解を示している。ここで点線のハッチで囲まれた時間が元の始業時刻を表し、色つきの実線で囲まれた部分が均衡解となる。Nash 均衡では８時３０分を中心にあまりばらつかない形になっているのに対し、EWA では大きなばらつきが見られる。いろいろなパターンで実行した際にもこのような差異が見られるため、モデル構造の違いが大きな原因と考えられる。

Nash 均衡はばらつきが小さいため、企業行動の面から見ると現実性があると考えられる。しかしすべての均衡解、特に混合戦略を算出できていないため真の均衡である保障はない。EWA では選択された戦略に対してのみに重み付けが行われてゆくことと、初期に選択された値は、互いに選択結果が一致しない限り、重み付けが行われないため、そのまま均衡になってしまうケースが見られた。これはある意味、限定合理的な考えで解釈することもできるが、理論的裏づけを行うことが課題となる。

本シミュレーションでは法人税課税額を２%としているが、感度分析の実施するとともに、社会的受容性を考慮した課税率などを考える必要性があると思われる。

表ー3　Nash 均衡解

	A社	B社	C社	D社	E社	F社	G社
戦略1	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00
戦略2	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30
戦略3	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00
戦略4	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30
戦略5	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00

表ー4　EWA 均衡

	A社	B社	C社	D社	E社	F社	G社
戦略1	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00
戦略2	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30
戦略3	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00
戦略4	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30
戦略5	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00

6．まとめと今後の課題

本研究では問題点で指摘した利潤関数とゲーム理論の拡張を行った。それにより、利得の精緻化によるゲームの安定性確保や N 人ゲームへの移行、均衡選択と均衡概念の検証によるモデルの拡張が行えた。しかしながら多くの課題を残す結果となった。特に以下がある。

(1) 現状の N 人ゲームで Nash 均衡を求める手法ではすべての均衡解を探索することが出来ない。このことは先に指摘しているが、非常に重要な問題であると認識している。そのため異なる解法を適用する必要があると考える。

(2) EWA モデルと Nash 均衡との関係性について。モデル構造の違いにより均衡が異なることは理解できるが、その理論的考察がまだ完了していない。そのため十分な比較検討と理論展開が必要と考える。

(3) 現状では非営利団体や官庁等の利潤関数を推定するに至っていない。それらは一般企業への始業時刻変更に大きな影響を及ぼすと考えられる。

(4) 時間集積が精緻化されていない。利潤モデルの要であるが、統計的にも有意性を持たせられていない。始業時刻だけではなく、終業時刻や労働時間などの条件を考慮することにより構築することを考えたい。これにより利得の精緻化はもとより、均衡解に影響を与える可能性が高い。

参考文献

１）Henderson,J.V. :Economic Theory and the Cities, Academic Press, Chap.8,1977（折下功訳，経済理論と都市，勁草書房，1987.）

２）文世一・米川誠：フレックスタイムが交通混雑に及ぼす影響，日本交通政策研究会，A-260，1999

３）MPEC 研究会：MPEC にもとづく交通・地域政策分析，2003，４章

４）奥村誠・永野光三：企業行動から見た出社・退社時刻の要因分析，都市計画論文集，No32, pp79-84, 1997

５）原田知可子・鍋山弘道・岩倉成志：ゲーム理論を用いた企業の始業時刻推定手法に関する研究，第 58 回年次学術講演会講演概要集 CD-ROM

６）Rosenmuller:On a generalization of the Lemle-Howson algorithm to noncoopertive N-person games, SIAM Journal on Applied Mathematics ,73-79,1971.

７）船木由喜彦：演習ゲーム理論，新世社，2004

８）Colin Camerer・Teck-Hua Ho:Experience-Weighted-Attraction Learning in Normal form games, Ecomometrica,Vol67,No4,pp827-874,1999