

N人ゲームによる企業の始業時刻決定モデルの構築

芝浦工業大学大学院 学生会員 柳沼 秀樹
芝浦工業大学 正会員 岩倉 成志

1. はじめに

東京圏を中心とした都市鉄道において、ピーク時の混雑は劣悪な環境にあり長年の政策課題となっている。その中で注目を浴びているのが、フレックスタイム制度の促進、ピークロードプライシング等のTDM施策である。

原田ら(2004)はピークロードプライシング施策下における企業の始業時刻変更の可能性に注目し、始業時刻決定モデルの構築を行った。しかし3人以上のプレイヤーで分析が行えない等の実務適応上の問題がある。そこで本研究では、モデルの拡張を行う。

2. 既存モデルの概要と問題点

原田らは企業の利益を時間集積性を考慮した生産関数により推定し、それを用いて企業間の相互関係での始業時刻選択をゲーム理論により推定する始業時刻決定モデルを構築している。このモデルの問題点として以下の5点が挙げられる。

- (1) 既存モデルでは2人ゲームとなっている。現実には企業は複数の主体を考慮して始業時刻を決定していると考えられるため、N人ゲームで解く必要がある。
- (2) 産業単位をプレイヤーとし、いくつかの始業時刻分布パターンを戦略として与えているが、実際は企業単位をプレイヤーとし、始業時刻そのものを戦略として与えることが望ましい。
- (3) 複数均衡解が生じた場合に期待値をとって均衡解を集約しているが、その場合に均衡解からずれる可能性が高い。
- (4) 企業は利益を最大にすると仮定すれば、生産関数ではなく利潤関数で評価する必要がある。
- (5) 合理性の要求や情報完備などの仮定を有するNash均衡解を用いることの妥当を検討する必要がある。

これらの問題は企業の利潤関数の推定とゲーム理論の拡張の2つの問題に集約される。

3. 利潤関数モデルの構築

ここで利潤関数は生産額と費用の差分とする式(1)で表す。そのため生産関数と費用関数を構築した。生産関数は既存モデルにならない時間集積性を考慮したコブ・ダグラス型生産関数を用いた式(2)で表す。時間集積性変数は他社の出社人数と企業間の取引額とが関連すると仮定し、両者を乗じて設定している。費用関数は生産額を所与とした費用最小化行動を仮定し、生産関数との双対性を利用して式(3)のような同一の関数型で導出できる。なお*i*は任意の企業、*t*は始業時刻を表す。

$$\pi_{it} = Q_{it} - C_{it} \quad \dots (1)$$

$$Q_{it} = K_i^\alpha (p_i L_i)^\beta \exp(\gamma L_{it}^* + \mu FT_i) \quad \dots (2)$$

$$L_{it}^* = \sum_j R_{jt} P_{ij}$$

$$C_{it} = Q_{it}^\delta \quad \dots (3)$$

π_{it} : 利潤額, Q_{it} : 生産額, C_{it} : 費用, K_i : 資本

L_i : 労働, p : 平均給与, L_{it}^* : 時間集積性

FT_i : フレックスタイム制ダミー, P_{ij} : 産業*j*との取引割合

R_{jt} : 産業*j*の累積始業者数, $\alpha, \beta, \gamma, \mu, \delta$: パラメータ

パラメータ推定は東京都本社の上場企業1703社を15産業に分類し、会社四季報をベースにデータを作成し推定を行った。結果は良好で決定係数は生産関数、費用関数でほぼ0.9以上であった。しかしFTダミーと時間集積性の*t*値が有意でないという問題がある。符号の正負は生産性への影響を表し、産業の特性を見ることができる(表1)。

表1 生産関数のパラメータ符号

No	産業	FT	L*	No	産業	FT	L*
1	サービス業	-	+	9	食料品	+	-
2	情報・通信業	-	-	10	化学	+	+
3	運送業	+	-	11	金属業	-	+
4	卸売業	+	-	12	非金属業	-	+
5	不動産業	-	-	13	機械業	-	+
6	金融業	+	+	14	電気機械	+	+
7	建設業	+	-	15	その他製造業	+	+
8	小売業	-	-				

キーワード: 始業時刻 N人ゲーム Nash均衡 EWAモデル

連絡先: 〒108-8548 東京都港区芝浦3-9-14 Tel 03-5476-3049 Fax 03-5476-3166

4. ゲーム理論の拡張

4-1 N人ゲームへの拡張

N人での Nash 均衡を計算するためには多次元での不動点を求める必要があるが、早くから線形計画問題等に帰着させる手法が確立されている。そこで広く用いられる Lemke-Howson の手法を拡張したものをを用いた。これは N 人ゲームを 2 人ゲームに分解することにより解を求める手法であるが、すべての均衡点を求めることができない欠点がある。

4-2 複数均衡の選択

Nash 均衡を算出するにあたって複数の均衡解が求まることがある。この時にどの解を選択するかという均衡選択問題が生じる。この解消策は現在のゲーム理論の研究において重要課題とされており、明確な理論は確立されていない。そのため本研究では広く用いられるパレート優位による均衡選択を行う。パレート優位とは各均衡解から得られる利得が最大となる解を用いるものである。

4-3 均衡概念の検討

Nash 均衡は高い理論性を持つ反面、合理性の要求や情報完備などの仮定が存在する。これらは企業行動を分析する上で強い意味を持つ事となる。このような仮定を緩和した均衡概念として、進化ゲームで用いられている ESS 等がある。また新たな手法として人間行動に立脚した EWA モデルの解などが挙げられる。EWA モデルは人間が戦略を選ぶ過程を前回の選択結果より求めるものである。特徴としては他者の利得を所与とする必要がなく、ロジットモデルにより選択を表現している点にある。

t 期において、プレイヤー i の戦略 j による効用 A_i^j は前回の学習 $N(t-1)$ と効用をパラメータ ϕ により割引いたものに、自分の前回の選択結果 $I(s_i^j, s_{-i}(t))$ と相手の選択 $\pi_i(s_i^j, s_{-i}(t))$ によって経験づけるものが式(4)となる。その効用を用いて次の選択時 ($t+1$) に、式(5)に表されるロジット型選択確率式によって各戦略の選択確率を算出する。 ϕ, δ, λ はパラメータを表す。

このような過程を数回繰り返すと、経験による重みづけを行った個人ごとの解を求めることができる。

次節で Nash 均衡解と EWA モデルによる 2 つの分析を用いて比較を行う。

$$A_i^j = \left(\phi \cdot N(t-1) \cdot A_i^j(t-1) + \pi_i((s_i^j, s_{-i}(t)) \cdot (\delta + (1-\delta)) \cdot I(s_i^j, s_i(t))) \right) / N(t)$$

where

$$I(s_i^j, s_i(t)) = \begin{cases} 1 & \text{if } s_i^j = s_i(t) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \dots(4)$$

$$P_i^j(t+1) = \frac{\exp(\lambda \cdot A_i^j(t))}{\sum_{k=1}^{m_i} \exp(\lambda \cdot A_i^k(t))} \quad \dots(5)$$

表2 ゲームの均衡解

Nash 均衡解

	A社	B社	C社	D社	E社	F社	G社
戦略1	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00
戦略2	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30
戦略3	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00
戦略4	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30
戦略5	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00

EWA 解

	A社	B社	C社	D社	E社	F社	G社
戦略1	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00	8:00
戦略2	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30	8:30
戦略3	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00	9:00
戦略4	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30	9:30
戦略5	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00	10:00

5. シミュレーション

分析には異なる産業に属し、現状で同じ 9:00 に始業している 7 社を対象に行った。時間集積性は A 社が最も強く B 社、C 社と徐々に弱くなってゆくとする。ここでは 7 人ゲームで、同一の戦略を持つと仮定する。利得を利潤関数モデルより戦略別に算出した。それらを用いて Nash 均衡解と EWA 解を求めた。またピーク時 (8:01 ~ 9:01) に始業する企業の利潤に対して 2% の課税を行った。

表 2 に結果を示す。現状から始業時刻が変更されることがわかる。両分析で相違が見られる。Nash 均衡解では同一時間帯に始業している様子が見てとれる。これは時間集積性の影響であると考えられるが、利潤関数の構造から端点解に落ちている可能性も考えられる。今後更に解析を進め原因を追究したい。

6. まとめ

本研究では始業時刻決定モデルの N 人ゲームへの拡張を行うことができた。今後は官庁や非営利団体の利得推定方法の検討、情報不完備の表現や均衡選択手法の検討を行いたい。

【参考文献】

原田知可子, 鍋山弘道, 岩倉成志 (2004) ゲーム理論を用いた企業の始業時刻推定手法に関する研究, 第 58 回年次学術講演会講演概要集 CD-ROM